

Analiza mostovnih konstrukcija pobuđenih pokretnim opterećenjem

Ivana Štimac, Darko Meštrović, Ivica Kožar

Ključne riječi

numerička analiza, direktna linearna ekstrapolacija, prosječno ubrzanje, pokretno opterećenje, mostovne konstrukcije, programski paket "Okvirw"

Key words

numerical analysis, direct linear extrapolation, average acceleration, moveable load, bridge structures, software package "Okvirw"

Mots clés

analyse numérique, extrapolation linéaire directe, accélération moyenne, charge mobile, structure de pont, progiciel «Okvirw»

Ключевые слова

числовой анализ, директная экстраполяция, среднее ускорение, транспортная нагрузка, мостовые конструкции, программный пакет «Okvirw»

Schlüsselworte:

numerische Analyse, direkte lineare Extrapolation, durchschnittliche Beschleunigung, Wanderlast, Brückenkonstruktionen, Programmpaket "Okvirw"

I. Štimac, D. Meštrović, I. Kožar

Izvorni znanstveni rad

Analiza mostovnih konstrukcija pobuđenih pokretnim opterećenjem

U radu je prikazan dopunjeni programski paket "Okvirw" dopunjen algoritmom direktne linearne ekstrapolacije s prosječnim ubrzanjem i na taj je način omogućena dinamička analiza proizvoljnih dvodimenzionalnih konstrukcija pod djelovanjem pokretnog opterećenja. Programskim paketom napravljena je analiza djelovanja dinamičkog opterećenja na vijaduktu u čvoru Čakovec. Rezultati dobiveni programskim paketom veoma se dobro poklapaju s rezultatima dinamičkih mjerenja na konstrukciji.

I. Štimac, D. Meštrović, I. Kožar

Original scientific paper

Analysis of bridge structures excited by moveable load

An extended version of the software package "Okvirw" is presented in the paper. The initial software package was extended by adding a direct linear extrapolation algorithm with an average acceleration, which enabled dynamic analysis of random two-dimensional structures subjected to moveable load. This software package was used for analyzing effects of dynamic load on the viaduct forming part of the Čakovec interchange. Results obtained with the software package correspond well with results of dynamic measurements conducted on this structure.

I. Štimac, D. Meštrović, I. Kožar

Ouvrage scientifique original

Analyse des structures de ponts excitées par charge mobile

La version élargie du progiciel "Okvirw" est présentée dans l'ouvrage. La version originelle du progiciel a été améliorée en ajoutant l'algorithme pour l'extrapolation linéaire directe avec une accélération moyenne, ce qui a permis l'analyse dynamique des structures bidimensionnelles assujetties à la charge mobile. Ce progiciel a été utilisé dans l'analyse des effets de charge dynamique sur le viaduc faisant partie de l'échangeur de Čakovec. Les résultats obtenus avec ce progiciel correspondent bien aux résultats de mesure dynamique obtenus sur la structure de ce viaduc

И. Штимац, Д. Мештрович, И. Кошар

Оригинальная научная работа

Анализ мостовых конструкций, возбуждённых транспортной нагрузкой

В работе показан программный пакет «Okvirw», дополненный алгоритмом директной линейной экстраполяции со средним ускорением и, таким образом, дана возможность динамического анализа произвольных конструкций в плоскости под действием подвижной нагрузки. Программным пакетом направлен анализ действия динамической нагрузки на виадукту узле Чаковец. Результаты, полученные программным пакетом, очень хорошо совпадают с результатами динамических измерений на конструкции.

I. Štimac, D. Meštrović, I. Kožar

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Analyse von Brückenkonstruktionen angeregt durch Wanderlast

Im Artikel ist das ergänzte Programmpaket "Okvirw" dargestellt, ergänzt durch den Algorithmus der direkten linearen Extrapolation mit durchschnittlicher Beschleunigung. Auf diese Art und Weise ist die dynamische Analyse beliebiger zweidimensionaler Konstruktionen unter der Einwirkung der Wanderlast ermöglicht. Die Analyse der Einwirkung der dynamischen Belastung auf die Talbrücke im Knotenpunkt Čakovec wurde mit diesem Programmpaket ausgearbeitet. Die erreichten Ergebnisse stimmen mit den Ergebnissen der dynamischen Messungen an der Konstruktion sehr gut überein.

Autori: Mr. sc. **Ivana Štimac**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci; doc. dr. sc. **Darko Meštrović**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26; prof. dr. sc. **Ivica Kožar**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Rijeci, V. C. Emina 5

1 Uvod

Matematički je model grede (mosta) parcijalna diferencijalna jednačba koja se danas rješava uglavnom numerički na računalu.

Mnoge konstrukcije izložene su utjecajima promjenjivim tijekom vremena. Takvi utjecaji izazivaju ubrzanja, brzine i pomake konstrukcije.

Da bi se takva konstrukcija mogla analizirati potrebno ju je podijeliti u mrežu elemenata konačnih veličina i u svakom čvoru postaviti diferencijalnu jednačbu gibanja. Iako je metoda konačnih elemenata vrlo pogodna za diskretizaciju u prostoru, za diskretizaciju u vremenu bolje koristiti se konačnim razlikama.

Metoda konačnih razlika pretvara rješavanje diferencijalne jednačbe u formiranje i rješavanje sustava običnih linearnih jednačbi.

Rješenjem se dobivaju pomaci čvorova izraženi u funkciji vremena.

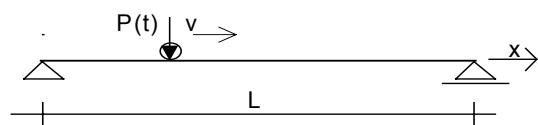
Također je moguće izračunati naprezanja u čvorovima kao vremensku funkciju.

Numeričkom analizom konstrukcije na prikazani način moguće je odrediti dinamički utjecaj na konstrukciju. Određivanje dinamičkog utjecaja je velika prednost pri dimenzioniranju konstrukcije mostova gdje, prema postojećim propisima, uzimamo u obzir samo statičko opterećenje uvećano dinamičkim faktorom.

2 Direktna numerička integracija

U slučaju da je greda opterećena pokretnim opterećenjem (slika 1.) diferencijalna jednačba glasi:

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial t} - P(x, t) = 0. \tag{1}$$



Slika 1. Greda opterećena pokretnim opterećenjem

U ovoj jednačbi sila je prikazana kao funkcija vremena i položaja. Navedena jednačba pretpostavlja stalni kontakt između sile i podloge, što u nekim slučajevima može biti upitno. Točnija bi pretpostavka bila da je sila između konstrukcije i kotača ista [2]. To podrazumijeva postavljanje još jedne jednačbe za vozilo, čime je omogućen precizniji opis vozila, ali treba rješavati sustav parcijalnih diferencijalnih jednačbi umjesto samo jedne jednačbe pa se u ovom trenutku odustalo od takve analize.

Kad se stekne određeno iskustvo u modeliranju problema (potreban broj nepoznanica u prostoru i vremenu, vrijeme trajanja proračuna i dr.) opisani će se problem svakako uzeti u obzir.

Parcijalnu diferencijalnu jednačbu prikazanu pod (1) najlakše je riješiti nekom od metoda numeričke integracije.

Metode numeričke integracije su veoma povoljne za određivanje dinamičkog odgovora konstrukcije. Ove su metode obično mnogo učinkovitije od metode modalne analize. Dok se metoda modalne analize može primijeniti samo na linearno elastične konstrukcije, metoda direktne integracije (uz odgovarajuće modifikacije) može služiti za linearne i nelinearne sustave.

Diskretizirani oblik jednačbe (1) u matričnom zapisu glasi:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{D}}_j + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}}_j + \mathbf{S}\mathbf{D}_j = \mathbf{A}(t). \tag{2}$$

Prethodna se jednačba može promatrati kao inkrementalna jednačba gibanja u vremenu za koju su zadani početni pomaci i brzine.

$$\mathbf{M}\Delta\mathbf{D}_j + \mathbf{C}\Delta\dot{\mathbf{D}}_j + \mathbf{S}\Delta\mathbf{D}_j = \Delta\mathbf{A}_j. \tag{3}$$

Moguće su razne metode rješavanja navedene jednačbe (3) od kojih smo se odlučili za implicitne metode u jednom koraku (*single-step*).

Najpoznatija od njih je Newmarkova metoda koja uključuje izbor dvaju parametara. Ovisno o izboru parametara dobiva se metoda konstantnog ubrzanja (*CAM - constant acceleration method*) s pretpostavkom konstantnog ubrzanja unutar vremenskog intervala Δt , metoda linearnog ubrzanja (*LAM - linear acceleration method*) s pretpostavkom linearnog ubrzanja unutar vremenskog perioda Δt , metoda prosječnog ubrzanja (*AAM - average acceleration method*) s pretpostavkom prosječnog ubrzanja unutar vremenskog perioda Δt , itd. [3].

Isprobana je još i Hilberova α metoda, ali se nije pokazala uspješnijom od AAM.

Odabrana je metoda prosječnog ubrzanja (AAM) koja je bezuvjetno stabilna, iako u nekim slučajevima nešto sporije konvergira nego metoda linearnog ubrzanja (LAM).

U ovoj jednačbi nepoznata su inkrementalna ubrzanja, inkrementalne brzine i inkrementalni pomaci koje je moguće izračunati uvođenjem pretpostavke prosječnog ubrzanja. Uvrštavanjem izračunanih podataka u (3) dobiva se:

$$\mathbf{M} \left[\frac{4}{(\Delta t_j)^2} \Delta\mathbf{D}_j - \bar{\mathbf{Q}} \right] + \mathbf{C} \left[\frac{2}{(\Delta t_j)^2} \Delta\mathbf{D}_j - \bar{\mathbf{R}}_j \right] + \mathbf{S}\Delta\mathbf{D}_j = \Delta\mathbf{A}_j \tag{4}$$

gdje su

$$\bar{S} = S + \frac{4}{(\Delta t_j)^2} M + \frac{2}{\Delta t_j} C \quad (5)$$

i

$$\Delta \bar{A}_j = \Delta A_j + M \bar{Q}_j + C \bar{R}_j. \quad (6)$$

Jednadžba (4) rješava inkrementalni pomak u svakom vremenskom koraku.

Inkrementalne brzine i ubrzanja dobiveni su kao:

$$\Delta \bar{B}_j = \frac{2}{(\Delta t_j)^2} \Delta D_j - \bar{R}_j. \quad (7)$$

$$\Delta \bar{B}_j = \frac{4}{(\Delta t_j)^2} \Delta D_j - \bar{Q}_j \quad (8)$$

gdje su

$$\bar{Q}_j = \frac{4}{\Delta t_j} \bar{B}_j + 2 \bar{B}_j \quad (9)$$

$$\bar{R}_j = 2 \bar{B}_j. \quad (10)$$

Na prikazani način riješena su inkrementalna ubrzanja, brzine i pomaci.

Ukupne su vrijednosti ΔD_{j+1} , $\Delta \bar{B}_{j+1}$ i $\Delta \bar{B}_j$:

$$\Delta D_{j+1} = D_j + \Delta D_j \quad (11)$$

$$\Delta \bar{B}_{j+1} = \bar{B}_j + \Delta \bar{B}_j \quad (12)$$

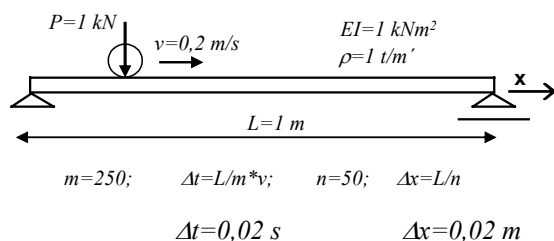
$$\Delta \bar{B}_{j+1} = \bar{B}_j + \Delta \bar{B}_j. \quad (13)$$

3 Rezultati dobiveni numeričkom integracijom na idealiziranom modelu

3.1 Slobodno oslonjena greda bez prigušenja

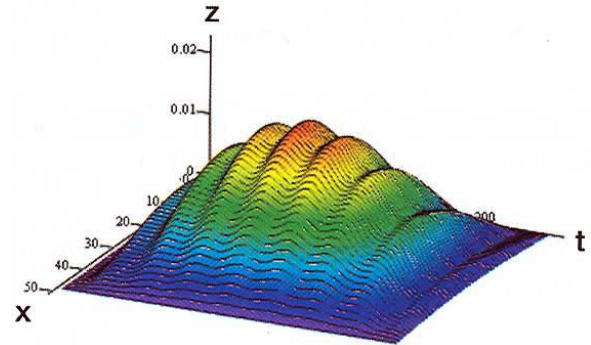
Numeričko rješenje programirano je u programu Math-Cad 2001. prema metodi direktne linearne ekstrapolacije s prosječnim ubrzanjem (*direct acceleration method*) [4].

Zadane karakteristike sustava:



Slika 3. Karakteristike sustava

Rezultate koje smo dobili možemo prikazati u 3D grafikonu.



Slika 4. Titranje grede (os x - položaj točke na gredi; os t - vremenski tijek; os z - pomak točke)

Iz 3D prikaza (slika 4.) može se vidjeti pomak konstrukcije u svakoj točki ($n = 0-50$) za određeno vrijeme t ($m = 0-250$).

Rezultati koji su dobiveni numeričkom integracijom za slobodno oslonjenu gredu uspoređeni su s točnim rješenjem dobivenim metodom harmonijske analize.

Formula dobivena harmonijskom analizom preuzeta je iz [5] i glasi:

$$z(x,t) = \frac{2 \cdot P}{\rho \cdot L \cdot \omega(1)^2} \left[\sum_{k=1}^{50} \left[\frac{1}{k^2(k^2 - \alpha^2)} \cdot \left(\sin\left(k \cdot \pi \cdot v \cdot \frac{t}{L}\right) - \frac{\alpha}{k} \cdot \sin(\omega(k) \cdot t) \right) \cdot \sin\left(k \cdot \pi \cdot \frac{x}{L}\right) \right] \right] \quad (14)$$

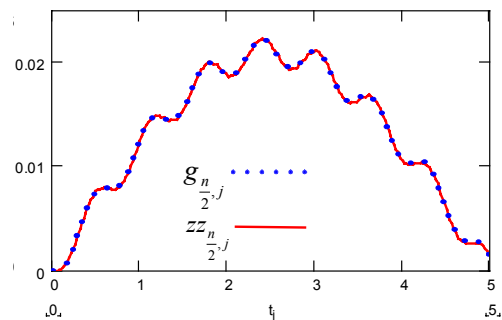
gdje su:

$z(x,t)$ pomaci konstrukcije na mjestu x u vremenu t [m],

$$\omega(k) = \frac{\sqrt{\frac{EI}{\rho} \cdot k^2 \cdot \pi^2}}{L^2} \text{ tonovi osciliranja,} \quad (15)$$

$$\alpha = \pi \cdot \frac{v}{L \cdot \omega(1)} \quad (16)$$

Da bi se ove dvije metode mogle vjerodostojno usporediti, prikaz će biti u 2D grafikonu (slika 5.) za točku koja se nalazi u sredini raspona, za vrijeme potrebno da sila prijeđe raspon mosta.



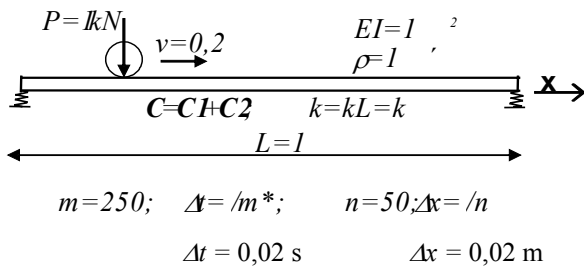
Slika 5. Titranje sredine grede u vremenu

$zz_{\frac{n}{2},j}$ je rješenje numeričkom integracijom.

$g_{\frac{n}{2},j}$ je rješenje harmonijskom analizom.

Programirano numeričko rješenje vrlo se dobro poklapa s točnim rješenjem dobivenim harmonijskom analizom.

3.2 Slobodno oslonjena greda s oprugama na mjestima oslonaca i konstrukcijskim prigušenjem



Slika 6. Karakteristike sustava

Cijela procedura proračuna ista je kao i u prethodnom slučaju samo što je ovdje dodana matrica prigušenja.

C-matrica ukupnog prigušenja

$$C = C1 + C2 \quad (17)$$

C1-matrica viskozna konstrukcijskog prigušenja

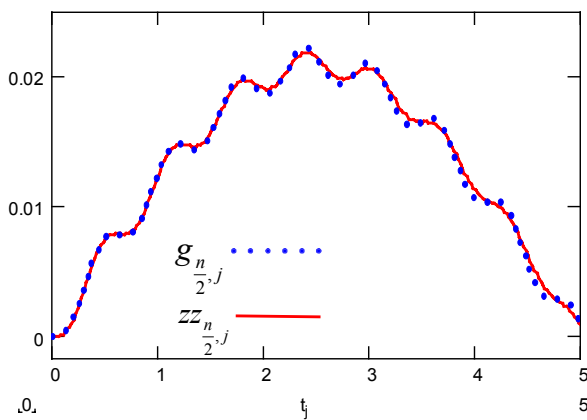
C2-matrica prigušenja u oprugama

k-krutost opruga

M – matrica masa

S – matrica krutosti

$$C1 = \alpha M \cdot M + \alpha k \cdot S \quad [1] \quad (\alpha M = 0,1; \alpha k = 0,002) \quad (18)$$



Slika 7. Titranje sredine grede s oprugama na mjestima oslonaca i konstrukcijskim prigušenjem

$$C2_{i,i} = 0 \quad C2_{0,0} = 0,2 \quad C2_{n,n} = 0,2$$

$$k_L = k_D = k = 500.000 \text{ kN/m}$$

$zz_{\frac{n}{2},j}$ je rješenje prigušenog sustava numeričkom integracijom

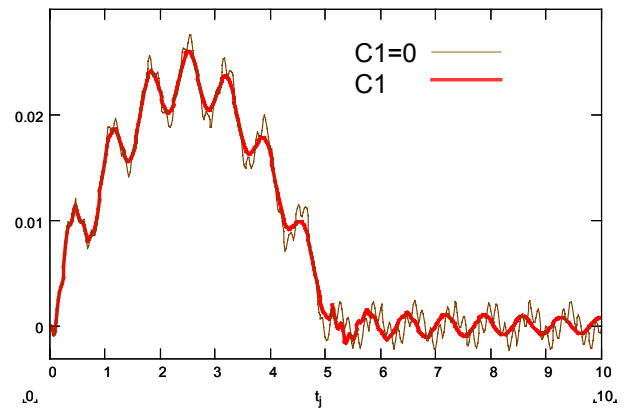
$g_{\frac{n}{2},j}$ je rješenje neprigušenog sustava harmonijskom analizom.

Još u vremenom dok se sila kreće po konstrukciji, vidi se da konstrukcijsko prigušenje smanjuje amplitude titranja (slika. 7.).

Posebno je interesantan prikaz za vrijeme kada sila prijeđe cijeli raspon i izađe van konstrukcije. Analizirajući razdoblje u kojem je sila izvan nosača, moguće je odrediti prigušenje u konstrukciji i period titranja konstrukcije.

Usporedbom primjera grede na neoprenskim ležajevima bez konstrukcijskog prigušenja i primjera s konstrukcijskim prigušenjem (slika. 8), vidi se kako konstrukcijsko prigušenje umiruje djelovanje titranja neoprenskih oslonaca.

U oba slučajua karakteristike sustava su iste, a krutosti opruga relativno male.

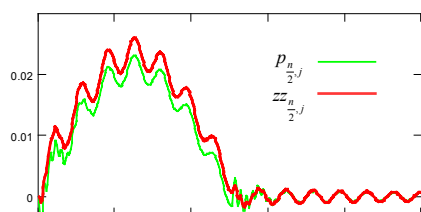


Slika 8. Titranje sredine grede s konstrukcijskim prigušenjem i bez njega; k = 10.000

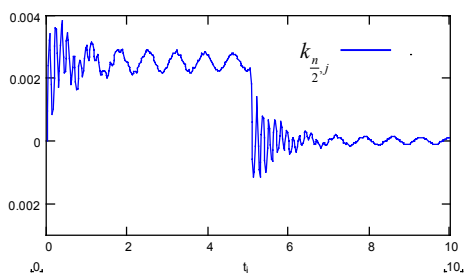
Određivanje pomaka konstrukcije samo zbog pokretnog opterećenja može se prikazati na način da se u svakom trenutku vremena oduzme utjecaj opruga:

$$p_{\frac{n}{2},j} = zz_{\frac{n}{2},j} - \left(\frac{zz_{0,j} + zz_{n,j}}{2} \right) = zz_{\frac{n}{2},j} - k_{\frac{n}{2},j} \quad (20)$$

Na slikama 9. i 10. vidi se razlika pomaka samo zbog pokretnog opterećenja i ukupnih pomaka konstrukcije te pomaci poradi titranja neoprenskih ležajeva.



Slika 9. Titranje sredine grede samo uslijed pokretnog opterećenja $p_{\frac{n}{2},j}$ i ukupni pomak konstrukcije $ZZ_{\frac{n}{2},j}$

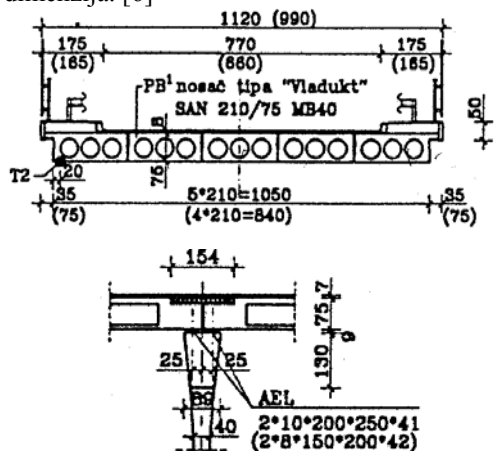


Slika 10. Titranje sredine grede samo uslijed djelovanja opruga $k_{\frac{n}{2},j}$

4 Podaci o dinamičkom ispitivanju nadvožnjaka u čvoru Čakovec

4.1 Opći podaci

Nadvožnjak u čvoru Čakovec nalazi se na autocesti Zagreb – Varaždin – Goričan, dionica Čakovec – Goričan u km + 79 + 894,66. Ukupna je dužina nadvožnjaka 70,80 m, a proteže se preko četiriju polja raspona 14,40 + 18,00 + 18,00 + 14,40 metara. Rasponski sklop čini pet šupljih montažnih ploča MB 40. Visina nosača je 0,75 m. Na vrhu stupova montirana je betonska montažna naglavna greda na koju se oslanja rasponski sklop. Na upornjacima je ugrađeno po deset neoprenskih ležajeva dimenzija 150/200/41, a na stupištima po dvadeset, istih dimenzija. [6]

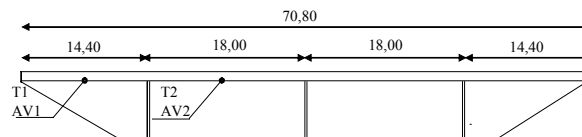


Slika 11. Geometrijske karakteristike nadvožnjaka u čvoru Čakovec

Relativne deformacije mjerene su u srediinama raspona 1. i 2. polja s pomoću elektrootpornih induktivnih mjeraca pomaka (LVDT) "Hottonger", tipa LY41 mjernih baza 50 mm za beton, otpora 120 Ω .

Za pokusno opterećenje uporabljeni su kamioni težine otprilike 353 kN (35,3 t) [6].

Na slici 12. prikazani su položaji induktivnih mjeraca pomaka i akcelometara na konstrukciji.

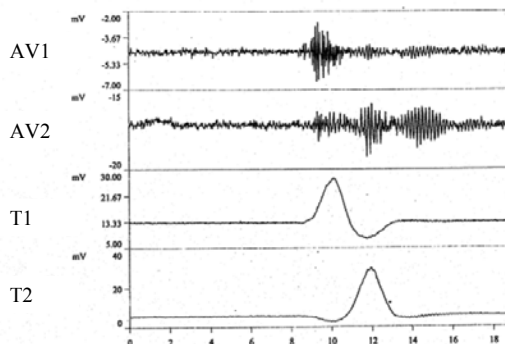


Slika 12. Položaj induktivnih mjeraca pomaka i induktivnih mjeraca pomaka na nadvožnjaku

4.2 Rezultati mjerenja

Tablica 1. Izmjerene frekvencije [5]

Broj mjerenja	26
Srednja vrijednost	5,628 Hz
Standardna devijacija	0,1281



Slika 13. Karakteristični pregledni zapis odgovora konstrukcije za dva kamiona koja se kreću paralelno brzinom od 30 km/h [5]

5 Dinamička analiza programskim paketom "Okvirw"

Da bi se rezultati mogli uspoređivati, potrebno je modelirati most na dva načina.

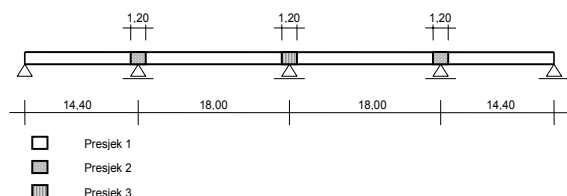
Statički sustav mosta je niz jednostavnih greda spojenih kontinuitetnim pločama. Kontinuitetne ploče modelirane su kao štapovi sa smanjenom krutošću upeti u glavnu nosivu konstrukciju. Omjer krutosti konstrukcije i krutosti kontinuitetnog spoja je 10:1.

Modeliranje na takav način nije davalo zadovoljavajuće rezultate. Daljnjom analizom konstrukcije došlo se do

zaključka da krutost drugog kontinuitetnog spoja nije bila jednaka kao krutost prvog i trećeg (ploča, vjerojatno, nije dobro učvršćena u armiranobetonsku konstrukciju). Drugi kontinuitetni spoj modeliran je s krutošću 10 puta manjom od prvoga kontinuitetnog spoja. Ovakav je model dao zadovoljavajuće rezultate.

5.1 Model 1

Prvim modelom (MODEL1) uspoređujemo pomake dobivene dinamičkim proračunom s izmjerama očitanim s induktivnih mjerača pomaka. Kako induktivni mjerači pomaka bilježe relativne deformacije konstrukcije na mjestu gdje su postavljeni, na njih ne utječu pomaci nastali kao posljedica titranja neoprenskih oslonaca. Prvi model ima fiksne oslonce koji su osno raspoređeni iznad stupova i upornjaka.



Slika 14. Geometrijski prikaz MODEL 1

Dinamički proračun - pokretne sile

Pokretna sila:

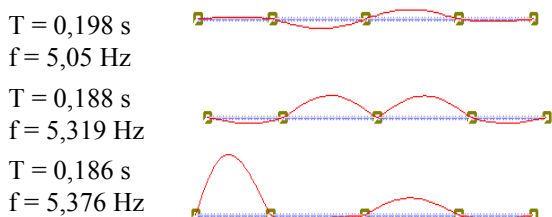
- težina 700 kN
- brzina prelaska $v = 8,3 \text{ m/s}$

Zadavanje prigušenja:

$$a_0 = 0,0 \quad a_1 = 0,09 \quad a_2 = 0,0012$$

U postocima od kritičnog prigušenja, prigušenje po tonovima iznosi:

- 1. ton $\rightarrow 2,16\%$
- 2. ton $\rightarrow 2,05\%$
- 3. ton $\rightarrow 2,14\%$

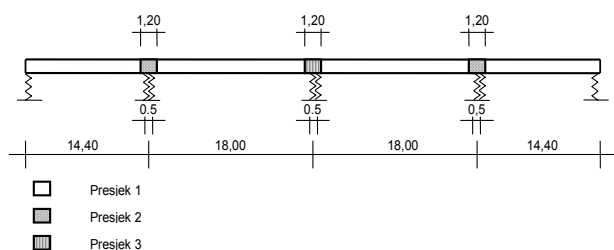


Slika 15. Oblici osciliranja za prva tri tona (MODEL 1)

5.2 Model 2

Drugi model (MODEL 2), kojim uspoređujemo izračunana i izmjerena ubrzanja, modeliramo kao gredu na oprugama (iznad oslonaca se nalazi jedna opruga, a iznad

stupova po dvije), jer akcelerometri bilježe i pomake uzrokovane titranjem neoprenskih oslonaca.



Slika 16. Geometrijski prikaz MODEL 2

Dinamički proračun - pokretne sile

Pokretna sila:

- težina 700 kN
- brzina prelaska $v = 8,33 \text{ m/s}$

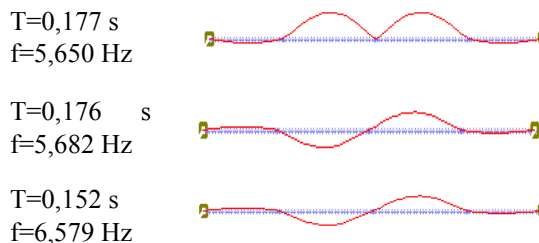
Zadavanje prigušenja po tonovima titranja:

$$a_0 = 0,0 \quad a_1 = 0,09 \quad a_2 = 0,0012$$

U postocima od kritičnog prigušenja prigušenje po tonovima iznosi:

- 1. ton $\rightarrow 2,27\%$
- 2. ton $\rightarrow 2,25\%$
- 3. ton $\rightarrow 2,59\%$

Prigušenje u oprugama iznosi 50.000.000,00



Slika 17. Oblik osciliranja za prva tri tona (MODEL 2)

6 Usporedba rezultata

6.1 Usporedba frekvencija

Tablica 2. Usporedba izmjerenih i izračunane frekvencije

Izmjerena vrijednost (srednja vrijednost)	Izračunana vrijednost (MODEL2)	Izračunana vrijednost (MODEL1)
5,628 Hz	5,682 Hz	5,376 Hz
Odstupanje	0,96 %	4,48 %

Iz tablice 2. vidi se da su odstupanja frekvencija za oba računski modela unutar 5%. Izvrsni rezultati (ispod 1%) dobiveni su izračunom na MODELU 2 koji je modeliran na način da najvjernije simulira stvarno stanje konstrukcije.

6.2 Usporedba pomaka

Na sljedećim se slikama (18. i 19.) prikazana usporedba pomaka konstrukcije izračunanih s pomoću programskog paketa "OKVIRW" na MODELU 1 i zapisa induktivnih mjerača pomaka dobivenih dinamičkim ispitivanjem konstrukcije.

Ova dva zapisa u vremenu je moguće oblikovno usporediti.

$$\varepsilon_M(x, t) \Leftrightarrow z \cdot \varepsilon_i(x, t) \quad (21)$$

ε_M - mjerena deformacija

ε_i - izračunana deformacija

gdje je:

$$\varepsilon(t) = z \cdot \kappa(x, t)$$

$$\kappa(x, t) = -\frac{d^2 y(x, t)}{dx^2} \quad (22)$$

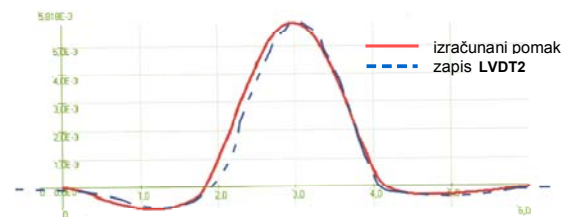
$$\varepsilon(t) = -z \cdot \frac{d^2 y(x, t)}{dx^2}$$

x - položaj mjernog mjesta na konstrukciji

z - neka konstanta proporcionalnosti



Slika 18. Usporedba izračunanih pomaka i zapisa induktivnog mjerača pomaka u sredini prvog raspona



Slika 19. Usporedba izračunanih pomaka i zapisa induktivnog mjerača pomaka u sredini drugog raspona

6.3 Usporedba ubrzanja

Usporedba ubrzanja daje nešto lošije rezultate jer su brzine i ubrzanja konstrukcija, izračunana programskim

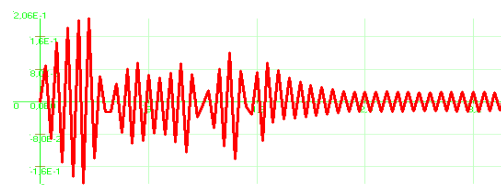
LITERATURA

- [1] Inglis, C. E.: *Mathematical Treatise on Vibration in Railway Bridges*, Cambridge University Press, London UK, 1934.
- [2] Nardini, D.: *Dinamičko ponašanje konstrukcija pod utjecajem pokretnih mehaničkih sistema metodom konačnih elemenata*, Disertacija, Zagreb, 1978.
- [3] Weaver, W.; Johnston, P. R.: *Structural Dynamics by Finite Elements*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1987.

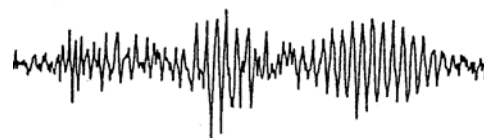
paketom, dobiveni deriviranjem pomaka. Ubrzanja prikazana na slikama 21. i 23. izračunana su na MODELU 2.



Slika 20. Zapis akcelerometra A1, u sredini prvog raspona



Slika 21. Izračunano ubrzanje u sredini prvog raspona



Slika 22. Zapis akcelerometra A2, u sredini drugog raspona



Slika 23. Izračunano ubrzanje u sredini drugog raspona

7 Zaključak

Rezultati izračuna programskim paketom "Okvirw" dobro se slažu s izmjerenim podacima dinamičkog ispitivanja nadvožnjaka u čvoru Čakovec. Iz izvršenih se usporedbi vidi je da model koji simulira djelovanje neoprenskih ležajeva, koji su sastavni dio konstrukcije, daje bolje rezultate negoli model s klasičnim pokretnim i nepokretnim osloncima. To je potvrda da se programskim paketom može koristiti u obradi podataka dobivenih dinamičkim ispitivanjima na konstrukcijama koje se mogu modelirati štapnim i okvirnim sustavima.

Izrađenim programskim paketom mogu se analizirati štapne i okvirne konstrukcije u 2D s klasičnim ili neoprenskim ležajevima.

- [4] Štimac, I.: *Analiza mostovskih konstrukcija pobuđenih pokretnom masom*, Magistarska radnja, Zagreb, 2003.
- [5] Hutchinson, G.; Al-Hussaini, A.: *Interaction of Load Speed and Mass on the Dynamic Response of Damped Beams*, IABSE PERIODICA 2/1986, 45-75.
- [6] *Konačni izvještaj o pokusnom opterećenju nadvožnjaka u čvoru Čakovec*, Hrvatski institut za mostove i konstrukcije, Zagreb, studeni 1997.