

# Utjecaj slučajne torzije na seizmički odziv simetričnih konstrukcija

Verica Raduka, Marija Nikolić

## Ključne riječi

simetrična konstrukcija, slučajna torzija, seizmički odziv, torzijska krutost, translacijska krutost, slučajni ekscentricitet

## Key words

symmetrical structure, accidental torsion, seismic response, torsional rigidity, translational rigidity, accidental eccentricity

## Mots clés

structure symétrique, torsion accidentelle, réponse sismique, rigidité de torsion, rigidité de translation, excentricité accidentelle

## Ключевые слова

симметричная конструкция, случайное кручение, сейсмический ответ, торсионная жесткость, передаточная жесткость, случайный эксцентриситет

## Schlüsselworte

symmetrische Konstruktion, zufällige Torsion, seismische Beantwortung, torsische Steifigkeit, translatorische Steifigkeit, zufällige Exzentrizität

V. Raduka, M. Nikolić

Izvorni znanstveni rad

## Utjecaj slučajne torzije na seizmički odziv simetričnih konstrukcija

U radu je prikazana analiza razlika u seizmičkom odzivu simetričnih okvirnih konstrukcija s različitim torzijskim i translacijskim krutostima, ovisno o odabiru načina modeliranja slučajne torzije u dinamičkom proračunu. Pokazano je da kvazi-statički proračun koji se uobičajeno provodi podcjenjuje dinamičke efekte slučajnog ekscentriciteta, posebice u području torzijske rezonancije. Dobiveni rezultati potvrđeni su analitičkim rješenjem na pojednostavljenom matematičkom modelu.

V. Raduka, M. Nikolić

Original scientific paper

## Effect of accidental torsion on seismic response of symmetrical structures

The difference in seismic response of symmetrical frame structures with different torsional and translational stiffness values, as dependent on selection of accidental torsion modelling method in dynamic analysis, is analysed in the paper. It is demonstrated that dynamic effects of accidental eccentricity have been underestimated in usual quasi-static analyses, which is especially true in the area of torsional resonance. The results obtained have been confirmed by analytical solutions obtained on a simplified mathematical model.

V. Raduka, M. Nikolić

Ouvrage scientifique original

## L'effet de la torsion accidentelle sur la réponse sismique des structures symétriques

La différence dans la réponse sismique des structures-cadres symétriques avec les valeurs différentes de rigidité à la torsion et de rigidité à la translation, ce qui dépend de choix de modélisation de la torsion accidentelle dans le calcul dynamique, est analysée dans l'ouvrage. Il a été démontré que les effets dynamiques de l'excentricité accidentelle sont sous-estimés dans les analyses quasi-statiques usuelles, ce qui est notamment vrai dans le domaine de la résonance de torsion. Les résultats obtenus ont été confirmés par les solutions analytiques obtenus sur le modèle mathématique simplifié.

В. Радука, М. Николић

Оригинальная научная работа

## Влияние случайного скручивания на сейсмический ответ симметричных конструкций

В работе приведен анализ различий в сейсмических реакциях симметричных рамных конструкций, имеющих различные торсионные и передаточные жесткости, в зависимости от способа моделирования случайного кручения в динамическом расчете. Показано, что при проведении обычного квазистатического расчета недостаточно учитываются динамические эффекты случайного эксцентриситета, особенно в области торсионного резонанса. Полученные результаты подтверждены аналитическим решением на упрощенной математической модели.

V. Raduka, M. Nikolić

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Einfluss der zufälligen Torsion auf die seismische Beantwortung symmetrischer Konstruktionen

Im Artikel ist eine Analyse der Unterschiede in der seismischen Beantwortung symmetrischer Rahmenkonstruktionen mit verschiedenen torsischen und translatorischen Steifigkeiten dargestellt, in Abhängigkeit von der Auswahl der Modellierungsweise zufälliger Torsion in der dynamischen Berechnung. Es zeigte sich dass die quasi-statische Berechnung die üblich durchgeführt wird die dynamischen Effekte der zufälligen Exzentrizität unterschätzt, besonders im Bereich der torsischen Resonanz. Die erhaltenen Ergebnisse sind durch eine analytische Lösung am vereinfachten mathematischen Modell bestätigt.

Autori: Doc. dr. sc. **Verica Raduka**, dipl. ing. građ.; **Marija Nikolić**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet, Zagreb

## 1 Uvod

Nakon svakog potresa bilježe se i analiziraju nastala oštećenja građevina radi poboljšanja postojećih propisa za osiguranje nosivosti i stabilnosti konstrukcija i ograničenja budućih oštećenja od djelovanja potresa. Mnoga izvješća pokazuju da su oštećenja na vanjskim uglovima građevina često značajna i kod nominalno simetričnih konstrukcija, što upozorava na posljedice torzijskog gibanja. Simetrične konstrukcije uglavnom su projektirane tako da su translacijski i torzijski oblici oscilacija nepovezani, ali pri potresu se ipak pobuđuju i torzijske oscilacije. Objašnjava se to činjenicom da i u nominalno simetričnim konstrukcijama postoji nesimetrija koja može nastati zbog nesavršene izvedbe i odstupanja od projektiranih mjera (ponekad i zbog svjesnih konstruktorskih odstupanja), zbog nehomogenosti i nejednolike kvalitete materijala ili zbog nejednoliko distribuiranoga korisnog opterećenja. Osim toga, mjerenja su pokazala da torzijske oscilacije mogu nastati i zbog rotacijske komponente gibanja tla oko vertikalne osi [1]. Torzija koja može nastati zbog svih navedenih neregistriranih nesimetrija u konstrukciji naziva se slučajnom torzijom. Većina propisa efekt slučajne torzije uzima u obzir zadavanjem slučajnog ekscentriciteta  $e_a = \pm 0,05 \cdot L$ , gdje je  $L$  iznos tlocrtna dimenzije građevine, mjereno okomito na smjer horizontalnoga potresnog djelovanja. Prema istraživanjima [1], [2] najveći doprinos slučajnom ekscentricitetu proizlazi iz nedovoljno točnih podataka o stvarnoj razdiobi mase, o čemu ovisi određivanje centra mase, dok su nešto manji doprinosi netočnosti koje utječu na položaj centra krutosti. Ova dva čimbenika prema procjeni čine oko 70 % doprinosa slučajnom ekscentricitetu. Analize ubrzanja izmjerenih za vrijeme potresa na različitim mjestima u realnim konstrukcijama pokazale su da doprinos rotacijske komponente gibanja tla slučajnom ekscentricitetu iznosi oko 25-45 % [1].

Odredbe propisa EC8 [3] nalažu da se efekti slučajne torzije u svim konstrukcijama (dakle i u nominalno simetričnim) obuhvate proračunom tako da se centar mase iz matematički određenog položaja pomakne za vrijednost slučajnog ekscentriciteta  $e_{ai} = \pm 0,05 L_i$  u svakoj etaži. Ovaj zahtjev implicira dodatno djelovanje momenta torzije oko vertikalne osi koje je potrebno pribrojiti efektu translacije. Drugim riječima to znači da je za određivanje najnepovoljnijeg djelovanja potrebno izvršiti četiri proračuna, po dva za svaki relevantni smjer. U praksi propisi EC8 dozvoljavaju pojednostavljenje proračuna na više načina. Uz propisane uvjete, za sve zgrade dozvoljeno je efekt seizmičkog djelovanja proračunati na modelu za koji vrijede linearno-elastične pretpostavke. Nadalje, za građevine koje zadovoljavaju propisane kriterije pravilnosti po visini i imaju dostatnu poprečnu krutost, dakle za građevine čiji seizmički odziv nije pod

znatnim utjecajem doprinosa viših oblika oscilacija, proračun se može pojednostaviti primjenom metode poprečnog opterećenja. U ovom proračunu dozvoljeno je efekt slučajne torzije uzeti u obzir tako da se efekt proračunatog djelovanja u ravnini pojedinoga nosivog elementa pomnoži s faktorom  $\delta = 1 + 0,6 \cdot x / L_e$ , gdje  $x$  označuje udaljenost promatranog elementa od centra mase, a  $L_e$  je udaljenost između dva najudaljenija poprečno nosiva elementa, mjerena okomito na smjer djelovanja potresa. To znači da faktor  $\delta$ , za simetričnu građevinu koja na svojim rubovima ima poprečno nosive elemente, u rubnim elementima kompenzira slučajnu torziju s povećanjem translacijskog djelovanja za 30 %, bez obzira na veličinu tlocrtna duljine građevine. Dakle, u ovoj odredbi zanemaruje se činjenicu da doprinos od efekta torzije raste proporcionalno udaljenosti od osi rotacije. Ako konstrukcija ne zadovoljava uvjete propisane za proračun prema metodi ekvivalentnoga poprečnog opterećenja, propisi nalažu primjenu metode višemodalnoga spektralnog odziva na prostornom modelu. U proračun je potrebno uključiti svaki oblik oscilacija u kojem je aktivirana modalna masa veća od 5 % ukupne mase, s tim da ukupna suma efektivnih modalnih masa aktivirana u svim oblicima oscilacija iznosi barem 90 % od ukupne mase konstrukcije. I u ovom se slučaju smije pojednostaviti proračun. Djelovanje slučajne torzije dovoljno je odrediti iz anvelope utjecaja koji nastaju od opterećenja torzijskim momentima oko vertikalne osi u svakom katu. Torzijski momenti određuju se tako da se horizontalne seizmičke sile koje su određene spektralnim proračunom u nivou svakog kata pomaknu iz centra mase za iznos slučajnog ekscentriciteta,  $M_{ai} = e_{ai} \cdot F_i$ . Važno je napomenuti da je slučajna torzija takvim proračunom kompenzirana dodatnim momentima koji rezultiraju samo statičkim efektom seizmičkog opterećenja. Većina komercijalnih programa specijaliziranih za proračun konstrukcija primjenjuje opciju zadavanja ekscentriciteta u proračunu spektralnog odziva upravo na taj način. Ovako određeni dodatni momenti torzije u spektralnom proračunu simetričnog objekta svakako će povećati unutarnje sile od čisto translacijskog djelovanja, no rezultati mnogih istraživanja [1], [2], [4] upozoravaju na činjenicu da su propisi nedosljedni jer dozvoljavaju da se slučajna torzija uzima u obzir na dva različita načina – dinamički ili statički. Ako u konstrukciji već postoji nesimetričnost koja je obuhvaćena proračunskim modelom, povećanje za slučajni ekscentricitet u dobroj će mjeri kompenzirati dinamičke utjecaje slučajne torzije jer su translacijski i rotacijski oblici oscilacija i bez slučajne torzije međusobno povezani. Ako se proračunava nominalno simetrična konstrukcija, tada i proračunski model u praksi najčešće ostaje simetričan. To znači da translacijski i torzijski oblici oscilacija u dinamičkom proračunu ostaju nepovezani, dakle takvim proračunom simetrične zgrade ne kompenzira se stvarni dinamički efekt slučajnog ekscentriciteta.

Opažanja i analitička istraživanja [2], [4], [5] pokazala su da geometrijski i dinamički parametri građevine znatno utječu na intenzitet torzijskog odziva. Uočeno je da tijekom potresa na torzijski fleksibilnim konstrukcijama nastaju znatno veća oštećenja nego na torzijski krutim. Istraživanja pokazuju da s približavanjem torzijske i translacijske frekvencije u određenim okolnostima može doći i do pojave torzijske rezonancije. Iako neki propisi sadrže i preporuku da bi konstrukcija u prva dva oblika trebala oscilirati dominantno translacijski, što većina inženjera u praksi uglavnom uvažava, ipak istraživanja pokazuju da to nije dovoljno i da su u tom segmentu postojećih propisa nužne promjene. Recentna znanstvena istraživanja usmjerena su na razvijanje jednostavne metode proračuna koja bi postojeće propise nadopunila tako da ne podcjenjuju utjecaj torzije, a da opet ne postanu prekonzervativni. Većina istraživanja zasniva se na parametarskim analizama efekta torzije, pri čemu je za osnovni parametar najčešće odabrana torzijska krutost koja se definira omjerom torzijske i translacijske frekvencije građevine  $\Omega = \omega_\phi / \omega_y$ . Na tragu takvih razmišljanja provedeno je i ovo istraživanje vezano isključivo za efekte slučajne torzije u simetričnim građevinama. Istraživanje je započelo s namjerom da se odrede razlike između a) torzijskog doprinosa od djelovanja potresa za koje se građevine proračunavaju pojednostavljenim postupkom proračuna i b) torzijskog doprinosa od djelovanja istog potresa proračunatog na modelima s nejednoliko raspoređenom masom. U prvom slučaju proračun je proveden na modelima sa simetrično raspoređenom masom uz dodatni statički efekt momenata torzije, a u drugom je u proračun uključen dinamički efekt slučajnog ekscentriciteta koji je mnogo bliži stvarnom ponašanju građevine za djelovanja potresa. Nakon provedene numeričke analize dobiveni rezultati uspoređeni su i nadopunjeni analitičkom analizom.

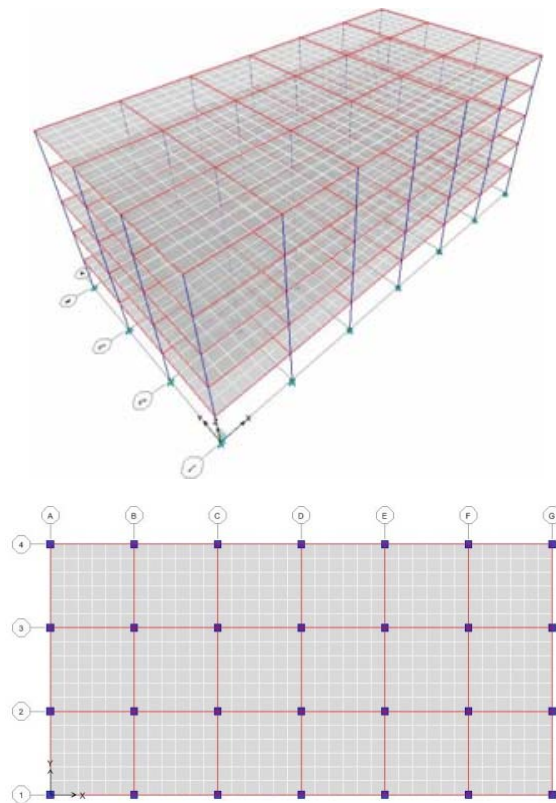
## 2 Osnovni model građevine

Za osnovnu analizu odabrana je građevina jednostavne višekratne okvirne armiranobetonske konstrukcije tlocrtnih dimenzija 18 x 36 m koja ima pet jednakih etaža visine 3 m (P + 4). Stupovi okvira dimenzije 50/50 cm raspoređeni su pravilno svakih 6 m, a sve grede su jednakih dimenzija 30/50 cm. Debljina međukatnih ploča iznosi 17 cm.

## 3 Numerički proračunski modeli

Proračun se provodi u skladu s propisima EC8, na prostornom modelu programom *ETABS ver. 9.5*, metodom višemodalnoga spektralnog odziva, budući da je taj tip linearno-elastičnog proračuna najviše zastupljen u komercijalnim programima i u inženjerskoj praksi. Ukupna masa osnovnog modela građevine distribuirana je po

jednolikoj mreži čvorova rastera 1 m u nivou međukatnih ploča koje su modelirane krute u svojoj ravnini. Prvi period osnovnog modela  $T_1 = 0,88$  s povezan je s translacijom u smjeru  $y$ , torzijski period je  $T_\phi = 0,76$  s, a torzijska krutost  $\Omega = 1,16$ . Efekt torzijskog djelovanja analizira se na nizu proračunskih modela koji su generirani iz osnovnog modela tako da svi odgovaraju građevinama navedenih tlocrtnih dimenzija i rasporeda okvira, ali se razlikuju po krutosti nosivih okvira.



Slika 1. Prikaz proračunskog modela

Proračunski su modeli podijeljeni u dvije grupe:

*Modeli 1* – Svi modeli u ovoj grupi imaju masu jednoliko distribuiranu po mreži čvorova u nivou ploča (kao osnovni model). Centar krutosti i centar mase tlocrtno se nalaze u istoj točki, a postojanje slučajnog ekscentriciteta  $e = 0,05 \cdot L = 1,8$  m u proračunu odziva modalnom analizom zadaje se odabirom posebne opcije predviđene u programu *ETABS*.

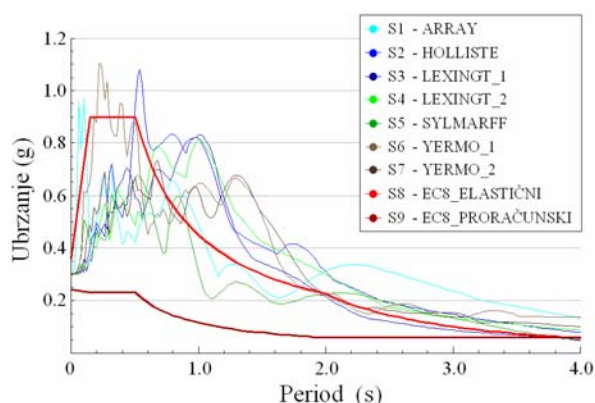
*Modeli 2* - Kako bi se postigao dinamički efekt slučajnog ekscentriciteta te za vrijeme potresne pobude inducirali i momenti torzije od inercijalnih sila, raspored mase u nivou svake ploče proračunskog modela generiran je u programu *Mathematica 7*, tako da uz linearnu promjenu ostvari propisani slučajni ekscentricitet u smjeru veće tlocrtno dimenzije. U svim modelima u ovoj grupi sačuvana je simetrična krutost konstrukcije, ali je u svakome katu centar mase pomaknut iz centra krutosti

za propisani iznos slučajnog ekscentriciteta  $e = 1,8$  m. Dakle, dinamički proračun odziva modalnom analizom za ovu grupu modela izvršen je bez aktiviranja opcije ekscentriciteta predviđene u programu *ETABS*.

Sva ostala svojstva konstrukcija tijekom analize generirana su u obje grupe modela na isti način. Pri tome se masa konstrukcije nije mijenjala, a promjena krutosti osnovnog modela izvršena je promjenom dimenzija stupova na dva načina. Prvo je varirana translacijska krutost od  $T_y = 0,3$  s do  $T_y = 1,3$  s, dok je torzijska krutost osnovnog modela zadržana nepromijenjena, a zatim je varirana torzijska krutost od  $\Omega = 0,8$  do  $\Omega = 1,3$  bez promjene translacijske krutosti osnovnog modela.

#### 4 Seizmičko opterećenje modela

Proračuni svakog modela iz grupe *Modeli 1* i *Modeli 2* provedeni su na horizontalnu komponentu potresnog djelovanja u smjeru  $y$ , dakle okomito na smjer dulje tlocrtne dimenzije građevine. Potresno opterećenje zadano je spektrima potresnih zapisa odabranih iz baze podataka programa *ETABS ver. 9.5* i spektrima koje propisuje EC8 za kategoriju tla B i ubrzanje tla od 0,3 g. Svi potresni zapisi normirani su na jednako maksimalno ubrzanje tla od 0,3 g. Pripadajući spektri na koje su izvršeni proračuni prikazani su na slici 2.

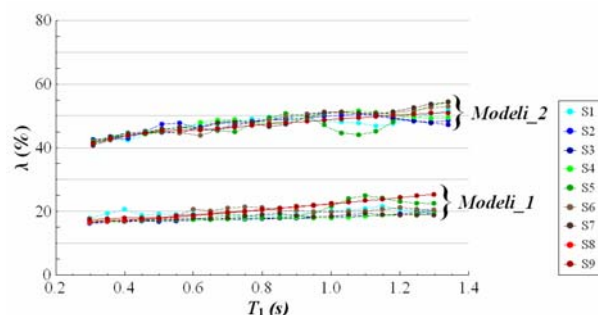


Slika 2. Spektri odabrani za numerički proračun

#### 5 Rezultati numeričkog proračuna

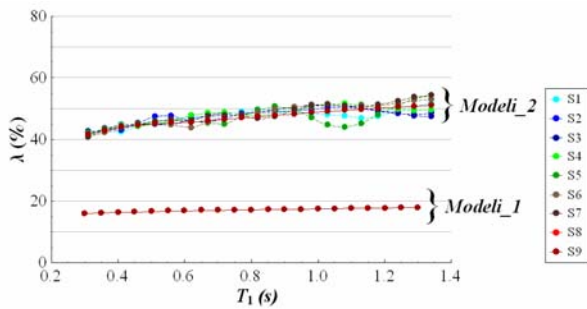
Zbog velikog broja proračuna i numeričkih podataka koji su rezultat proračuna svakog modela, u ovoj analizi osim podataka o dinamičkim svojstvima modela i aktiviranoj masi, za praćenje i usporedbu odabrani su podaci o pomacima translacije centra svakog kata  $y_0$  i pripadnim maksimalnim pomacima rubnih točaka  $y_i$ . Rezultati proračuna usporedit će se preko faktora *doprinos od torzijskog djelovanja*  $\lambda = 100 \cdot (y_i - y_0) / y_0$ . Taj faktor pokazuje koliki je pomak rubne točke  $y_i$ , uzimajući u proračunu postojanje slučajnog ekscentriciteta, veći od translacijskog pomaka centra pripadnog kata izračuna-

tog za isto seizmičko djelovanje. Za prvi način variranja krutosti modela u rasponu od  $T_y = 0,3$  s do  $T_y = 1,3$  s, rezultati promjene doprinosa od torzijskog djelovanja za sve modele i spektre potresa prikazani su na slici 3. Važno je istaknuti da je kod proračuna *Modela 1* efekt slučajnog ekscentriciteta zamijenjen samo statičkim momentima od potresnih sila, dok torzijski odzivi *Modela 2* nastaju zbog dinamičkog efekta momenata inercijalnih sila te prikazuju realnije ponašanje konstrukcije za vrijeme potresnog djelovanja. Iz grafičkog prikaza vidljivo je da proračun primijenjen kod *Modela 1* i uobičajen u inženjerskoj praksi daje podcijenjene efekte slučajnog ekscentriciteta. Odzivi *Modela 2* pokazuju da su efekti slučajnog ekscentriciteta barem dvostruko veći. Ne treba zaboraviti da je torzijska krutost u svim modelima relativno povoljna  $\Omega = 1,16$  i da odabrana konstrukcija ima povoljan tlocrtni omjer. Iz grafičkog prikaza proizlazi da pojednostavljeni proračun po metodi poprečnog opterećenja s povećanjem od 30 % za krute konstrukcije i ove tlocrtne dimenzije relativno povoljno kompenzira efekt slučajnog ekscentriciteta. Na osnovi ovog grafički se da spektri propisa EC8 jako dobro zamjenjuju spektre ostalih potresa, u oba načina proračuna (crvena linija). To, međutim, vrijedi samo za područje povoljne torzijske krutosti.

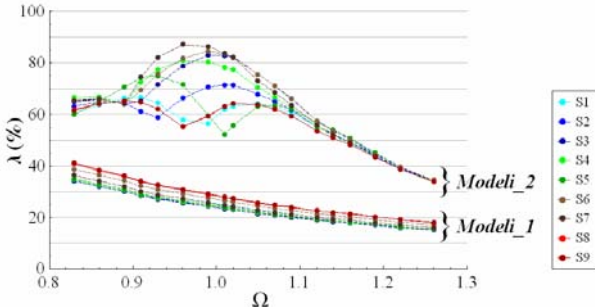


Slika 3. Doprinosi od torzije za  $\Omega = 1,16$  (svi oblici oscilacija)

Na slici 4. prikazani su rezultati proračuna za iste modele, ali je prikazan odziv u kojem sudjeluju samo osnovni oblici oscilacija s aktiviranom masom od 82 % ukupne mase konstrukcije. Na dijagramu su prikazani relativni doprinosi od torzije pa je razumljivo da u slučaju oscilacija *Modela 1*, kada u odzivu sudjeluju samo dva nepovezana oblika oscilacija, svi spektri pobude daju jednake relativne doprinose. Upravo zbog toga dolazi do većih razlika između odziva *Modela 1* na slici 3. i na slici 4. u području viših translacijskih perioda. Takve razlike ne postoje u prikazu rezultata za *Modele 2*, što pokazuje da za prikazani okvirni sustav viši oblici oscilacija nemaju bitan utjecaj na procjenu efekta torzije ako se u analizi ne zanemaruje dinamička povezanost translacijskih i rotacijskih oblika oscilacija. Ovaj zaključak u skladu je s poznatim rezultatima prijašnjih istraživanja [6].

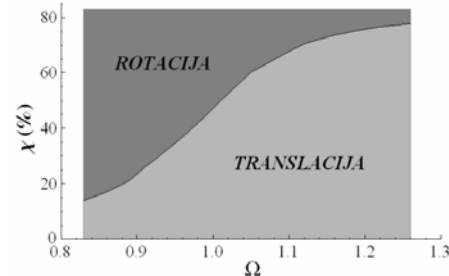
Slika 4. Doprinosi od torzije za  $\Omega = 1,16$  (prva tri oblika oscilacija)

Doprinosi od djelovanja slučajne torzije za drugu grupu modela, u kojoj je translacijska krutost osnovnog modela stalna, a torzijska se krutost mijenja od  $\Omega = 0,8$  do  $\Omega = 1,3$ , prikazani su na slici 5. Proračuni *Modela 1* pokazuju da se doprinosi od torzijskog gibanja gotovo linearno smanjuju s povećanjem torzijske krutosti. I u ovom slučaju spektri EC8 na *Modelima 1* dobro zamjenjuju spektre svih ostalih potresa. Pojednostavljeni proračun po metodi poprečnog opterećenja s maksimalnim doprinosom od  $\lambda = 30\%$  izjednačava se u  $\Omega = 1$  sa EC8 rezultatima *Modela 1* i na strani sigurnosti je za torzijski krutost manju od 1. Bitno je uočiti da se ovim načinom proračuna u blizini  $\Omega = 1$  ne manifestira efekt torzijske rezonancije.

Slika 5. Doprinosi od torzije  $T_y = 0,88$ 

Rezultati proračuna za *Modele 2* prikazani na slici 5. zorno prikazuju utjecaj parametra torzijske krutosti  $\Omega$  na intenzitet torzijskog odziva. Približavanjem području torzijske rezonancije dolazi do sve veće interakcije translacijskih i rotacijskih oblika oscilacija što pokazuje da se njihova povezanost ne bi smjela zanemarivati pri proračunu. Također, u frekventnom području u blizini torzijske rezonancije ( $0,9 < \Omega < 1,1$ ) spektri EC8 daju znatno manje vrijednosti doprinosa i ne zamjenjuju dobro spektre ostalih potresa. U tom području odziv konstrukcije izrazito ovisi o frekventnom sastavu spektra tako da faktor povećanja od utjecaja slučajne torzije iznosi  $50\% - 85\%$ . Iz iscrtanih dijagrama vidimo da torzijska krutost pri kojoj dolazi do naglašenog smanjenja u doprinosu  $\lambda$  varira i ovisi o odabranom proračunskom spektru, a to

znači o frekventnom sastavu potresnog djelovanja. Proizlazi da bi u realnim proračunima trebalo smanjenje intenziteta prirasta u području torzijske rezonancije  $0,9 \leq \Omega \leq 1,1$ , ne samo zanemariti, nego čak predvidjeti povećanje ako se primijeni spektar EC8 koji u području izvan navedenog vrlo dobro zamjenjuje ostale potrese.



Slika 6. Faktor sudjelovanja mase u osnovnim oblicima oscilacija

Na slici 6. prikazan je graf promjene količine mase koja sudjeluje u translaciji i u rotaciji za prva dva oblika oscilacija *Modela 2*, iz kojeg se vidi povezanost translacijskog i rotacijskog oblika oscilacija. U području oko  $\Omega \approx 1$  približno jednak dio mase sudjeluje u torzijskim i translacijskim oscilacijama te je međudjelovanje oblika oscilacija građevine najveće. Istovremeno u tom je području krivulja promjene najstrijmija te zbog toga možemo zaključiti da je odziv vrlo osjetljiv na male promjene u frekvenciji pobude, ali i na ostale utjecaje koji mogu uzrokovati prijelaz iz dominantno translacijskih u rotacijske oscilacije ili obratno. Istraživanja su pokazala da u tom području mogu nastati i neregularne oscilacije [4].

## 6 Analitički model

I ova je analiza u skladu s prijašnjim istraživanjima [6] pokazala da su doprinosi  $\lambda$  od efekta torzije, određeni iz utjecaja svih relevantnih oblika oscilacija, jednaki doprinosima  $\lambda$  određenim iz odziva koji sadrži samo osnovne oblike oscilacija (slike 3. i 4.). To znači da se ti doprinosi mogu odrediti i na ekvivalentnom jednoetažnom modelu koji ima jednaku translacijsku frekvenciju i torzijsku krutost i jednaka geometrijska svojstva tlocrta. Zbog pogodnije parametarske analize, ishodište koordinatnog sustava u kojem se promatraju pomaci smješteno je u centar krutosti. Centar mase udaljen je od centra krutosti za slučajni ekscentricitet  $e$  u smjeru osi  $x$ . Problem oscilacija za potresnog djelovanja u smjeru  $y$  prikazan je uz standardne oznake sustavom jednadžbi:

$$\begin{bmatrix} m & m \cdot e \\ m \cdot e & J_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_y & 0 \\ 0 & k_\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} y \\ \varphi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m & m \cdot e \\ m \cdot e & J_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_g(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Za ovaj sustav jednadžbi riješen je problem vlastitih vektora i vrijednosti. Kompletana analitička analiza provedena je uz pomoć programa *Mathematica 7*. Prije odredi-

vanja odziva reduciran je broj parametara uvođenjem sljedećih supstitucija:

- Moment tromosti mase oko ishodišta iskazan je pomoću mase i radijusa tromosti  $J_0 = m \cdot r^2$ .
- Torzijska i translacijska krutost iskazane su poznatim veličinama za nepovezanu translacijsku i torzijsku frekvenciju oscilacija simetričnog sustava bez ekscentriciteta te je uveden poznati parametar

$$\text{torzijske krutosti } \omega_y^2 = \frac{k_y}{m} \text{ i } \omega_\varphi^2 = \frac{k_\varphi}{mr^2}, \quad \Omega = \frac{\omega_\varphi}{\omega_y}.$$

- Uveden je novi parametar  $\gamma = \frac{e^2}{r^2}$  koji ovisi samo o geometrijskim podacima i za mali ekscentricitet ima vrlo malu vrijednost. Za odabranu konstrukciju i  $e = 1,8 \text{ m}$ ,  $\gamma = 0,0232$ .

Nakon supstitucije i sređivanja određeni su sljedeći analitički izrazi za vlastite frekvencije:

$$\omega_1^2 = \frac{k_y}{m} \cdot \frac{2 \cdot \Omega^2}{\Omega^2 + 1 + \sqrt{\Omega^4 + 2 \cdot (2 \cdot \gamma - 1) \cdot \Omega^2 + 1}},$$

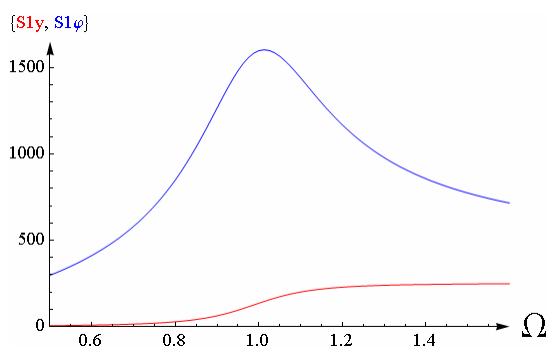
$$\omega_2^2 = \frac{k_y}{m} \cdot \frac{2 \cdot \Omega^2}{\Omega^2 + 1 - \sqrt{\Omega^4 + 2 \cdot (2 \cdot \gamma - 1) \cdot \Omega^2 + 1}},$$

i za vlastite vektore:

$$\{\psi_1\} = \left\{ e \cdot \frac{\Omega^2 - 1 + \sqrt{\Omega^4 + 2 \cdot (2 \cdot \gamma - 1) \cdot \Omega^2 + 1}}{2 \cdot \gamma}, 1 \right\},$$

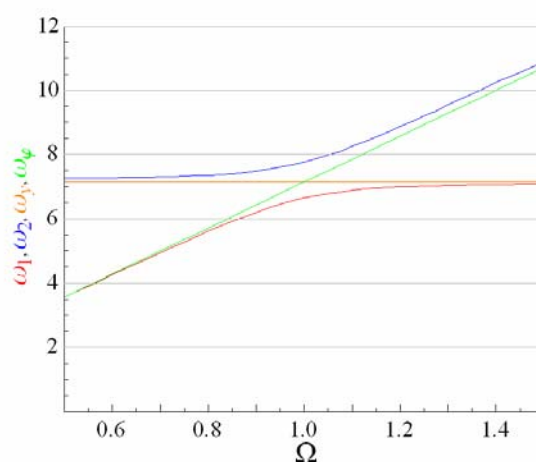
$$\{\psi_2\} = \left\{ 1, e \cdot \frac{2 \cdot \gamma}{\Omega^2 - 1 - \sqrt{\Omega^4 + 2 \cdot (2 \cdot \gamma - 1) \cdot \Omega^2 + 1}} \right\}.$$

Na slici 7. prikazane su funkcije promjene: za prvu i drugu frekvenciju  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , za odabranu konstantnu nepovezanu translacijsku frekvenciju  $\omega_y$  i za nepovezanu torzijsku frekvenciju  $\omega_\varphi$  u ovisnosti o torzijskoj krutosti. Numerička vrijednost  $\omega_y$  odnosno  $T_y$  odabrana je jednaka kao u numerički analiziranom primjeru. Iz crteža se



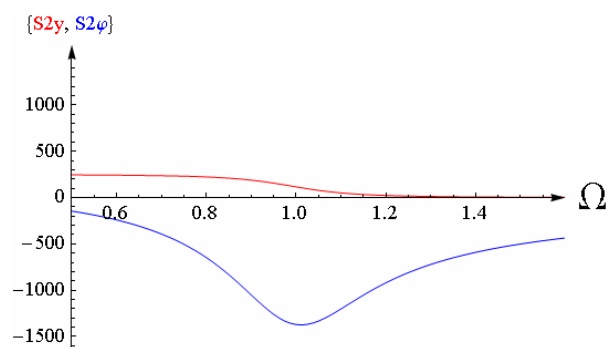
Slika 8. Funkcije promjene ekvivalentnog opterećenja u 1. i 2. obliku oscilacija

vidi da se za veće torzijske krutosti prva frekvencija neznatno razlikuje od osnovne translacijske frekvencije, a druga od osnovne torzijske. Smanjivanjem torzijske krutosti prva frekvencija približava se i prelazi u torzijsku frekvenciju, a druga postaje translacijska. Stvarne povezane frekvencije približno su jednake nepovezanim osnovnim frekvencijama za torzijski krute i torzijski fleksibilne građevine, ali ne postižu međusobno jednake vrijednosti kao što je to slučaj za  $e = 0$ . Za  $\Omega = 1$  se pravo najviše razlikuju od osnovnih nepovezanih frekvencija, tako da analize koje se koriste tom pretpostavkom u području torzijske rezonancije ne mogu dati dobra rješenja.



Slika 7. Funkcije promjene frekvencija

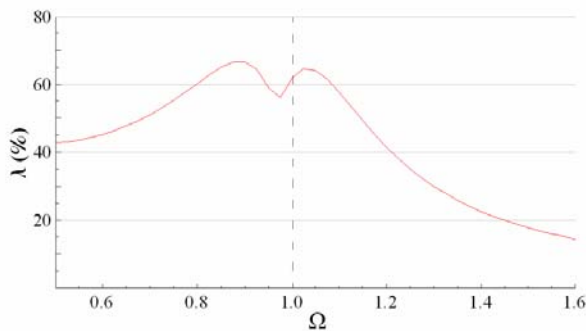
Uz analitička rješenja za oblike oscilacija i odgovarajuće vrijednosti parametara koje su definirane zadanom konstrukcijom analiziranom u numeričkom dijelu analize, uobičajenim postupkom spektralnog odziva [6] definirani su analitički izrazi ekvivalentnog opterećenja za oba oblika oscilacija. Spektralna akceleracija zadana je kao i za numerički proračun funkcijama spektra koje su definirane propisima EC8. Zbog složenosti općih izraza ne će biti prikazani analitički izrazi funkcija ekvivalentnih sila i momenata. Na slici 8. grafički su prikazane funkcije sila (u smjeru translacije  $y$ ) i momenata torzije (u smjeru rotacije  $\varphi$ ) u ovisnosti o torzijskoj krutosti za



oba oblika oscilacija. Evidentna je pojava tzv. torzijske rezonancije, odnosno izrazito povećanje intenziteta torzijskih momenata u blizini  $\Omega = 1$  za oba oblika oscilacija.

Za ovako određene sile izračunati su i pripadni pomaci na desnom, odnosno lijevom rubu konstrukcije u svakom obliku oscilacija, a superpozicija pomaka po oblicima oscilacija izvršena je kompletnom kvadratnom kombinacijom [6], kao i u numeričkom rješenju programom ETABS.

Prema obrascu definiranom u numeričkom dijelu analize izračunati su i doprinosi povećanja pomaka na rubu konstrukcije od djelovanja slučajne torzije, odnosno koeficijent povećanja  $\lambda$ . Graf funkcije  $\lambda(\Omega)$  prikazan je na slici 9. i lako je uočiti da su vrijednosti  $\lambda$  identične u području koje je riješeno numerički za spektar EC8 (slika 5. crvena krivulja).



Slika 9. Funkcija doprinosa od torzije za EC8 spektar

## LITERATURA

- [1] De La Llera, H. C.; Chopra, A. K.: *Evaluation of Code Accidental – Torsion Provisions from Building Records*, Journal of Structural Engineering (1994), Vol.120. No.2
- [2] De La Llera, H. C.; Chopra, A. K.: *Evaluation of Code Accidental – Torsion Provisions using earthquake records from three nominally symmetric – plan buildings*, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley (1992)
- [3] Eurocode 8: *Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures* (European Standard EN1998-1:2004)
- [4] Dimova, S. L.; Alashki, I.: *Seismic Design of Symmetric Structures for Accidental Torsion*, Bulletin of Earthquake Engineering (2003.)1, 303-320
- [5] Ohami, K.; Murakami, M.: *Indices of Effects of Torsional Coupling on Earthquake Response of Structures*, 12WECEE, No.1916, New Zeland (2000)
- [6] Chopra, A. K.: *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Pearson Prantice Hall (2007)

## 7 Zaključak

U radu je pokazano da rezultati seizmičkog proračuna bitno ovise o načinu na koji se efekt slučajne torzije nadomješta u spektralnom proračunu. Utvrđeno je da uobičajeni način proračuna u kojem je taj efekt nadomješten statičkim torzijskim momentima ne kompenzira dovoljno dinamičke efekte slučajnog ekscentriciteta. Numerički rezultati spektralnog odziva grupe *Modela 2* pokazali su iznimnu osjetljivost konstrukcija na frekventni sastav potresa u području torzijske rezonancije. Možemo zaključiti da spektar EC8 u tom području ne zamjenjuje dovoljno efekte djelovanja stvarnih potresa. Za većinu građevina parametar torzijske krutosti  $\Omega$  iznosi od 0,8 do 1,5 a upravo je to područje u kojem su konstrukcije najosjetljivije kada je riječ o doprinosu od torzije. To upućuje na potrebu daljnjeg istraživanja. U ovom radu nije variran parametar tlocrtnih dimenzija konstrukcije, što je svakako potrebno učiniti u sljedećim istraživanjima jer je utjecaj tog parametra neosporan.

U tom smislu posebnu pozornost potrebno je usmjeriti na poboljšanje propisa koji dozvoljavaju proračun pravih simetričnih građevina i na ravninskim modelima, pri čemu utjecaj torzije ne ovisi o tlocrtnoj dimenziji građevine. Na temelju niza istraživanja provedenih da bi se procijenio efekt što ga slučajni ekscentricitet ima na konstrukcije, možemo zaključiti da bi propisi osim utjecaja tlocrtno duljine građevine morali uzeti u obzir i povezanost efekta slučajne torzije s dinamičkim parametrima konstrukcije.